KÄNGURU DER MATHEMATIK 2024
21. 3. 2024

Kategorie: Junior, 9. – 10. Schulstufe

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 min.
jede richtige Antwort Beispiel 1. – 10.: 3 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 11. – 20.: 4 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 21. – 30.: 5 Punkte
jede Frage ohne Antwort: 0 Punkte
jede falsche Antwort: Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 30 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Zustimmungserklärung zur Datenverarbeitung für den österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

☐ Ich stimme zu, dass meine angeführten personenbezogenen Daten (Vor- und Zuname, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen, sowie zur Erstellung und Veröffentlichung der Siegerlisten auf unserer Vereinshomepage (sofern mindestens 50 % der zu erreichenden Punktezahl erlangt werden bzw. ich unter den besten 10 einer Kategorie liege) verwendet werden dürfen.

Betroffenenrechte
Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember des 2. Folgejahres gestattet. Nach diesem 31. Dezember werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei dieser durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art anonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage der DSGVO erlaubt.

Ich habe ein Recht auf Auskunft über meine gespeicherten personenbezogenen Daten, sowie das Recht auf Berichtigung, Datenübertragung, Widerspruch, Einschränkung der Bearbeitung sowie Sperrung oder Löschung unrichtig verarbeiteter Daten.

Ich kann die erteilte Einwilligung jederzeit auf der Homepage des Vereines Känguru der Mathematik unter www.kaenguru.at mittels des dafür bereitgestellten Formulars mit Wirkung für die Zukunft widerrufen (Art. 21 Abs. 1 DSGVO).
Ein Widerruf hat zur Folge, dass die personenbezogenen Daten nach gegenseitiger Rücksprache innerhalb von 31 Tagen gelöscht werden.
Durch den Widerruf wird die Rechtmäßigkeit der aufgrund der Einwilligung bis zum Widerruf erfolgten Verarbeitung nicht berührt. (Art. 7 Abs. 2 DSGVO)

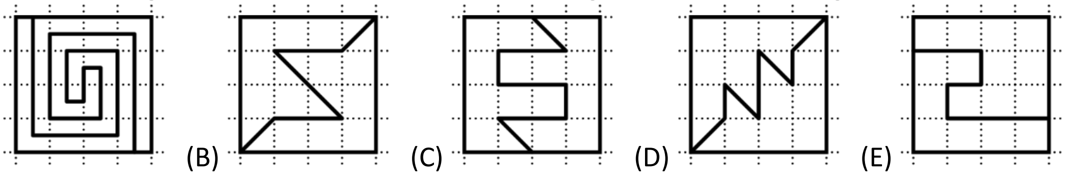
Ort, Datum   Unterschrift

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

Känguru der Mathematik 2024
Gruppe Junior (9. – 10. Schulstufe)
Österreich – 21. 3. 2024

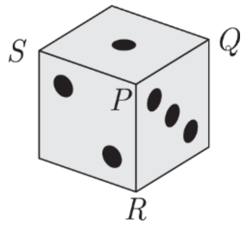
- 3 Punkte Beispiele -

1. Welches der abgebildeten Quadrate ist in zwei Teile geteilt, die **nicht** die gleiche Form haben?



(A) (B) (C) (D) (E)

2. $\dfrac{2\times 0{,}24}{20\times 2{,}4}=?$ (A) 0,01 (B) 0,1 (C) 1 (D) 10 (E) 100

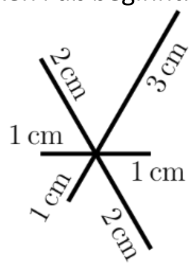


3. Die Anzahl der Punkte auf gegenüberliegenden Flächen eines Spielwürfels ist immer 7. Wir definieren die *Ecksumme* in einem Eckpunkt als die Summe der Punktzahlen auf den Flächen, die im Eckpunkt zusammentreffen. (Z.B. treffen sich die Flächen des Würfels mit 1, 2 und 3 Punkten in P, also ist die Ecksumme in Punkt P definiert als 1+2+3 = 6.) Welche der folgenden Zahlen ist die größte der Ecksummen in den Eckpunkten Q, R und S?

(A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 15

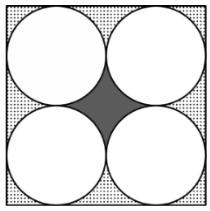
4. Ein Hüpfspiel wird auf folgende Art gespielt: Jeder Spieler hüpft von einem Feld zum nächsten, wobei wie abgebildet abwechselnd der linke Fuß, beide Füße, der rechte Fuß, beide Füße, usw., auf den Boden gesetzt werden. Maya spielt dieses Spiel und hüpft in genau 48 Felder, wobei sie mit dem linken Fuß beginnt. Wie oft wird dabei ihr linker Fuß auf den Boden gesetzt?

(A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 40 (E) 48



5. Tim möchte die abgebildete Figur zeichnen, ohne den Stift vom Papier abzuheben. Gewisse Teile muss er dabei mehrfach zeichnen. Die Streckenlängen sind in der Figur angegeben. Wie lang ist die Mindestlänge des Streckenzugs, den er zeichnen muss, wenn er den Ausgangspunkt frei wählen kann?

(A) 14 cm (B) 15 cm (C) 16 cm (D) 17 cm (E) 18 cm



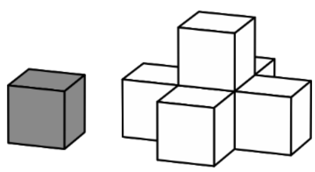
6. In der Abbildung sehen wir ein Quadrat mit vier gleich großen berührenden Kreisen. Was ist das Verhältnis der Fläche des schwarzen Bereichs zu der des grauen Bereichs?

(A) $1:4$ (B) $1:3$ (C) $2:3$ (D) $3:4$ (E) $1:\pi$

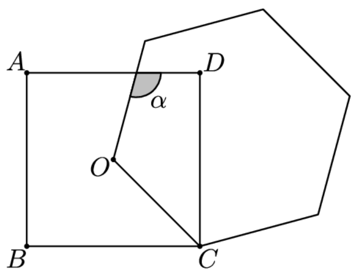
7. Es seien *a* und *b* Zahlen aus der Menge {1,2,3,4,5,6}. Wir zeichnen zu jedem Paar (*a,b*) die Gerade mit der Gleichung *y = ax + b* und betrachten das Dreieck, das diese Gerade mit den Koordinatenachsen bildet. Wie viele Paare (*a,b*) haben die Eigenschaft, dass dieses Dreieck gleichschenkelig ist?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 12

8. John hat viele gleich große helle und dunkle Würfel. Er beginnt mit einem dunklen Würfel, den er auf den Tisch legt. Jetzt sind fünf Flächen des Würfels sichtbar. Im zweiten Schritt verdeckt er alle sichtbaren Flächen dieses Würfels, indem er fünf helle Würfel wie abgebildet dazulegt. Er möchte nun wieder dunkle Würfel dazulegen, sodass keine helle Außenfläche mehr sichtbar ist. Wie viele dunkle Würfel benötigt er dafür mindestens?



(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 13 (E) 19



9. Wir zeichnen wie abgebildet ein Quadrat mit den Eckpunkte *A*, *B*, *C*, *D* und ein regelmäßiges Sechseck mit der Seite *OC*, wobei *O* der Mittelpunkt des Quadrats ist. Wie groß ist der Winkel α?

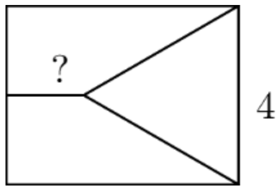
(A) 105° (B) 110° (C) 115° (D) 120° (E) 125°

10. Ardal umzäunt ein rechteckiges Grundstück. Der Zaun ist 40 m lang. Alle Seitenlängen des Rechtecks sind Primzahlen. Was ist der größtmögliche Flächeninhalt des Grundstücks?
(A) 84 m² (B) 91 m² (C) 96 m² (D) 99 m² (E) 125 m²

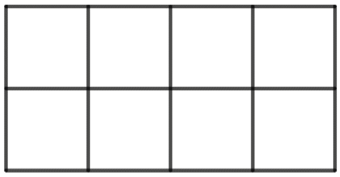
- 4 Punkte Beispiele -

11. Eine Palindromzahl ist eine Zahl, die von vorne und hinten gelesen gleich ist, wie zum Beispiel 121 oder 444. Was ist die Ziffernsumme der größten dreiziffrigen Palindromzahl, die auch ein Vielfaches von 6 ist?
(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 21 (E) 24

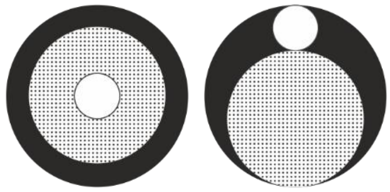
12. Ein Rechteck wird wie abgebildet in drei flächengleiche Teile zerlegt. Ein Teil ist ein gleichseitiges Dreieck mit 4 cm Seitenlänge, die beiden anderen Teile sind Trapeze. Wie lang ist die kürzere der parallelen Trapezseiten?
(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 3 (E) $2\sqrt{3}$



13. Jelena füllt die abgebildete 2×4-Tabelle mit den Buchstaben *A, B, C* und *D*. Sie will sicherstellen, dass jeder Buchstabe nur einmal in jeder Zeile und in jedem der drei 2×2-Quadrate aufscheint. Auf wie viele Arten kann sie dies machen?
(A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 96 (E) 198

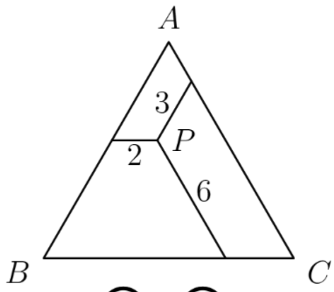


14. Sanjay hat drei unterschiedlich gefärbte Kreise. Er legt sie zunächst wie in Figur 1 übereinander. Dann verschiebt er sie, wie in Figur 2 abgebildet, sodass sie sich paarweise berühren. In Figur 1 ist der sichtbare schwarze Bereich sieben Mal so groß wie die Fläche des weißen Kreises. Wie verhalten sich die sichtbaren schwarzen Flächen von Figur 1 und Figur 2 zueinander?
(A) 3 : 1 (B) 4 : 3 (C) 6 : 5 (D) 7 : 6 (E) 9 : 7

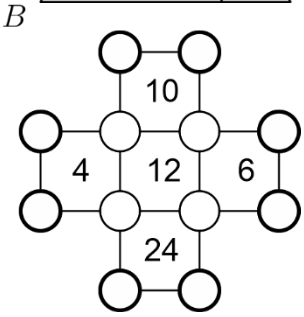

Figur 1 Figur 2

15. Heute wurde die Tochter der Tochter von Mary geboren. In zwei Jahren wird das Produkt der Alter von Mary, ihrer Tochter und ihrer Enkelin genau 2024 sein. Jedes der drei Alter wird dann eine gerade Zahl sein. Wie alt ist Mary heute?
(A) 42 (B) 44 (C) 46 (D) 48 (E) 50

16. Im Inneren eines gleichseitigen Dreiecks ABC wird ein Punkt P gewählt. Es werden dann, wie abgebildet, Strecken parallel zu den Dreiecksseiten mit den abgebildeten Längen 2 m, 3 m, und 6 m, gezeichnet. Wie groß ist der Umfang des Dreiecks?
(A) 22 m (B) 26 m (C) 33 m (D) 39 m (E) 44 m

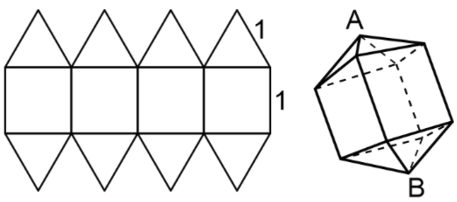


17. In jeden der abgebildeten zwölf Kreise wird eine Zahl geschrieben. Die Zahlen in den Quadraten geben jeweils das Produkt der vier Zahlen in den Eckpunkten des Quadrats an. Wie lautet das Produkt der Zahlen in den acht dick umrandeten Kreisen?
(A) 20 (B) 40 (C) 80 (D) 120 (E) 480



18. Jean-Philippe hat n^3 gleich große Würfel. Er baut daraus einen großen Würfel und malt die Außenseite an. Die Anzahl der kleinen Würfel mit genau einer bemalten Seitenfläche ist danach gleich der Anzahl der kleinen Würfel, von denen keine Seitenfläche bemalt wurde. Was ist der Wert von *n*?
(A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 10

19. Otis baut aus einer Kombination von Quadraten und Dreiecken wie abgebildet das Netz eines Körpers. Alle Seiten der Quadrate und der Dreiecke haben die Länge 1. Aus dem Netz faltet er dann den abgebildeten Körper. Wie groß ist der Abstand von *A* zu *B*?
(A) $1+\sqrt{2}$ (B) $1+\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{5}$ (E) $\frac{5}{2}$



20. Vlado hat in den letzten fünf Jahren an 31 Querfeldeinrennen teilgenommen. Im ersten Jahr hat er an der kleinsten Anzahl von Rennen teilgenommen, und danach hat er die Zahl in jedem Jahr gesteigert. Im fünften Jahr hat er an drei Mal so vielen Rennen teilgenommen wie im ersten Jahr.
An wie vielen Rennen hat er im vierten Jahr teilgenommen?
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

- 5 Punkte Beispiele -

21. Wie viele **ganze** Zahlen k haben die Eigenschaft, dass $k+6$ ein Vielfaches von $k-6$ ist?
(A) 0 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 12

22. Auf dem Tisch stehen vier Schalen, in die einige Bonbons gelegt wurden.
Die Anzahl der Bonbons in der ersten Schale ist gleich der Anzahl der Schalen, in denen ein Bonbon liegt.
Die Anzahl der Bonbons in der zweiten Schale ist gleich der Anzahl der Schalen, in denen zwei Bonbons liegen.
Die Anzahl der Bonbons in der dritten Schale ist gleich der Anzahl der Schalen, in denen drei Bonbons liegen.
Die Anzahl der Bonbons in der vierten Schale ist gleich der Anzahl der Schalen, in denen **keine** Bonbons liegen.
Wie viele Bonbons liegen insgesamt in den Schalen?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

23. Cristina hat 12 Karten, die mit den Zahlen 1 bis 12 nummeriert sind. Sie legt acht davon so im Kreis auf, dass jede Summe von zwei benachbarten Zahlen ein Vielfaches von 3 ist. Welche Zahlen verwendet Cristina **nicht**?
(A) 1, 5, 9, 12 (B) 3, 5, 7, 9 (C) 1, 2, 11, 12 (D) 5, 6, 7, 8 (E) 3, 6, 9, 12

24. Carl sagt an einem Tag die Wahrheit, lügt am nächsten Tag, sagt am darauffolgenden Tag wieder die Wahrheit, usw. An einem Tag hat er genau vier der folgenden fünf Aussagen gemacht.
Welche Aussage kann er an diesem Tag nicht gemacht haben?
(A) 2024 ist durch 11 teilbar.
(B) Morgen ist Samstag.
(C) Ich habe gestern gelogen und werde morgen lügen.
(D) Gestern war Mittwoch.
(E) Ich sage heute die Wahrheit und werde morgen die Wahrheit sagen.

25. Die Ziffernsumme von N ist das Dreifache der Ziffernsumme von N+1.
Was ist die kleinstmögliche Ziffernsumme von N?
(A) 3 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 27

26. Jill hat einige schwarze und weiße Einheitswürfel. Sie verwendet davon 27, um einen $3\times3\times3$ Würfel zu bauen.
Sie möchte erreichen, dass genau ein Drittel der Oberfläche schwarz ist.
Wenn A die kleinstmögliche Anzahl schwarzer Würfel bezeichnet, die sie dabei verwenden kann, und B die größtmögliche Anzahl, wie lautet der Wert von $B – A$?
(A) 1 (B) 3 (C) 6 (D) 7 (E) 9

27. Ann hat einen üblichen Spielwürfel 24-mal gewürfelt. Alle Zahlen von 1 bis 6 sind mindestens einmal gewürfelt worden. Die Zahl 1 ist öfter gewürfelt worden als jede andere Zahl. Ann hat dann alle gewürfelten Zahlen addiert.
Was ist die größte Zahl, die sie dabei erhalten haben kann?
(A) 83 (B) 84 (C) 89 (D) 90 (E) 100

28. Olga war im Park spazieren. Die halbe Zeit ist sie mit einer Geschwindigkeit von 2 km/h spaziert. Die halbe Distanz ist sie mit einer Geschwindigkeit von 3 km/h spaziert. Die verbleibende Zeit ist sie mit einer Geschwindigkeit von 4 km/h spaziert. Welchen Bruchteil der Zeit ist sie mit 4 km/h spaziert?
(A) $\frac{1}{14}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{7}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{4}$

29. Längs eines Kreises werden 20 Punkte gleichmäßig verteilt. Wie viele der Sehnen, die zwei dieser Punkte verbinden, sind länger als der Kreisradius, aber kürzer als der Kreisdurchmesser?
(A) 90 (B) 100 (C) 120 (D) 140 (E) 160

30. In der Ebene sind n verschiedene Geraden gegeben, die mit $\ell_1,\dots,\ell_n$ beschriftet sind. Die Gerade ℓ_1 schneidet 5 andere Geraden, die Gerade ℓ_2 schneidet 9 andere Geraden und die Gerade ℓ_3 schneidet 11 andere Geraden.
Welche der folgenden Zahlen ist ein möglicher Wert von n?
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15